

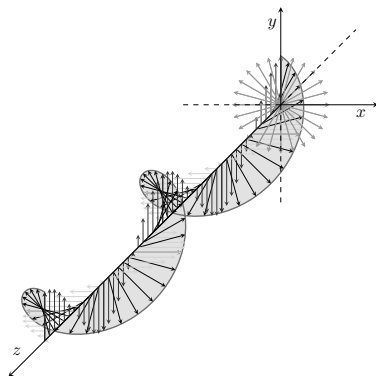
5. Popisky grafu

Na závěr si ukažme, jak lze snadno popsat a vykreslit 2D, ale i 3D graf, aniž bychom užili rozsáhlý balíček pgfplots. Zůstaneme jen u TikZu.

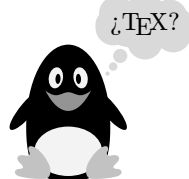
\$ texdoc pgfplots tikz

U příkazu `\draw` místo (x,y) pracujeme s (x,y,z) , zde je ukázka z mé zahrádky jako odpověď na tex.stackexchange.com/questions/167137.

```
\documentclass[a4paper]{article}
\usepackage{tikz}
\usetikzlibrary{intersections}
\begin{document}
\tikzset{malstyle/.style={->, >=stealth, line width=0.2pt},
malarrow/.style={->, >=stealth}}
\begin{tikzpicture}
\draw [name path=Ewave] [red, thick, ->, fill, fill opacity=0.2] (0,0,0) -- plot
[domain=0:12.5664, samples=100] ({sin(\x r)}, {cos(\x r)}), \x) -- (0,0,12.5664)
--cycle;
\foreach [evaluate={\xpos=sin(\zpos*180/pi); \ypos=cos(\zpos*180/pi);}] \zpos in {0, 0.2618, ..., 12.5664} {% Začátek \foreach...
\draw[malstyle, black] (0,0,\zpos) -- (\xpos, \ypos, \zpos);
\draw[malstyle, black!40] (0,0,0) -- (\xpos, \ypos, 0);
\draw[malstyle, green] (0,0,\zpos) -- (\xpos, 0, \zpos);
\draw[malstyle, blue] (0,0,\zpos) -- (0, \ypos, \zpos);
}% Konec \foreach...
\draw [malarrow] (0,0,0) -- (0,0,14.5) node[xshift=5, yshift=15] {$z$};
\draw [malarrow] (0,0,0) -- (0,2,0) node[xshift=-5, yshift=-10] {$y$};
\draw [malarrow] (0,0,0) -- (2,0,0) node[xshift=-10, yshift=-5] {$x$};
\draw[dashed] (0,0,0)--(-2,0,0) (0,0,0)--(0,-2,0) (0,0,0)--(0,0,-4);
\end{tikzpicture}
\end{document}
```



```
\begin{tikzpicture}
\penguin[think={?'TeX?'}, bubblecolour=gray!30!white]
\end{tikzpicture}
```



NEPARAMETRICKÉ METODY A PROGRAM STATISTICA NONPARAMETRIC METHODS AND STATISTICA SOFTWARE

František Mošna

Adresa: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, Kamýcká 129, 165 21 Praha 6

E-mail: mosna@pef.czu.cz

Abstrakt: Vhodným doplňkem výuky statistiky na vysokých školách bývá užití některých statistických programů. Tyto nástroje poskytují mnohdy výsledky, které se ne vždy shodují se vzorci v učebnicích, což platí zejména u neparametrických metod. Například u výsledků Wilcoxonova dvouvýběrového testu se uplatňují korekce na spojitost či na shody, přičemž některé učebnice je ani nezmiňují. Také pro výpočet Spearmanova korelačního koeficientu lze užívat dvou vzorců a výsledky se mohou lišit. Cílem příspěvku je ukázat u těchto dvou neparametrických metod, které hodnoty zde počítá a poskytuje program Statistica.

Klíčová slova: neparametrické metody, Spearmanův korelační koeficient, Wilcoxonův dvouvýběrový test, program Statistica.

Abstract: Use of some statistical program is a suitable complement to the teaching of statistics at universities. These tools often provide results which do not always coincide with formulas in textbooks, especially in the case of nonparametric methods. For instance, the continuity correction and correction for ties are applied at Wilcoxon rank-sum test, although they are not even mentioned in some textbooks. Also, two formulas can be used to calculate Spearman correlation coefficient and the results may be different. The aim of this contribution is to show for these two nonparametric methods, which values are calculated and provided by Statistica program.

Keywords: nonparametric methods, Spearman correlation coefficient, Wilcoxon rank-sum test, Statistica software.

1. Výpočetní technika ve výuce statistiky

Součástí kurzů statistiky na vysokých školách bývá zpravidla také seznámení s nějakým statistickým programem nebo s vhodnými statistickými prvky výpočetní techniky. Mezi nejvíce užívané programy patří SPSS, Statistica, SAS,

bezplatné programy R, JAMOVI, JASP a podobně. Provádění statistických výpočtů umožňují také Microsoft Excel, Mathematica, Matlab a další produkty.

Užívání statistických programů může být někdy spojeno s jistým nebezpečím. Uvedené programy nabízejí velké množství výpočtů a grafů a studenti se v nich ne vždy dovedou orientovat. Někdy neumí vložit data, mají problémy se zadáváním správných požadavků, se čtením a získáváním poskytovaných informací. Mnohdy nerozumí, co vlastně obdrželi, nejsou schopni výsledky správně vyhodnotit a následně interpretovat.

Seznámení s počítačovými programy je jistě vhodnou součástí výuky. Před tím je však potřeba správně porozumět principům statistických metod a vědět, co vlastně tyto nástroje provádějí, co počítají, co znamenají čísla, která programy poskytují. Bývá vhodné prověřit si výpočty nejprve na jednoduchých datech velmi malého rozsahu a porovnat čísla získaná „ručně“ s hodnotami získanými pomocí počítače. Tím docházíme k porozumění výsledkům, které programy nabízejí. Následně lze užívat programy pro větší „skutečná“ (z praxe získaná) data.

K prověření metod testování hypotéz mohou dobře posloužit také některé webové stránky, například <http://statisticsonweb.tf.czu.cz>, viz [6].

Někdy býváme postaveni před rozhodnutí, které programy bychom měli pro výuku zvolit. Patrně příliš nezáleží na tom, pro který program se rozhodneme a který budeme při výuce používat. Studenti si dovedou zpravidla k ostatním programům najít cestu poměrně snadno.

Zdeněk Pinc v [8] na str. 69 uvádí: „Na dotaz amerických univerzit, které programovací jazyky by měli své studenty učit, aby zvýšili jejich šanci na uplatnění u firmy IBM, firma odpovídala, to je úplně lhostejné, nebudete-li nám posílat hloupé, tj. uzavřené, zablokované absolventy, potřebný jazyk se naučí během pár měsíců, který to bude, lze obtížně predikovat, patrně některý z těch, které ještě neexistují...“

Podíváme se nyní na dvě neparametrické metody a přiblížíme si, jak si s nimi poradí oblíbený program Statistica 12 od firmy Statsoft. Ukážeme si na příkladech malých souborů dat, co vlastně tento program počítá, podle jakých vzorců a jaké jsou u těchto metod výstupy.

Neparametrické metody fungují na základě „pořadových statistik“. Nevžadují normalitu dat, předpokládají pouze spojitost příslušných distribučních funkcí.

Kdo by se rád podíval na jiné úpravy textů pomocí LuaTeXu, doporučuji jako startovní bod balíčky chickenize a typewriter.

```
$ texdoc chickenize typewriter
```

4. Kresba znaků

Mezi první pokusy s barevnými písmy v digitální době řadím práce tvůrce písem Manfreda Kleina a Edwarda R. Tufteho. Tufte v *Envisioning Information* (1990, str. 33) uvádí příklad u vizualizace trička: mít jen obrysy a měnit barvu výplně.

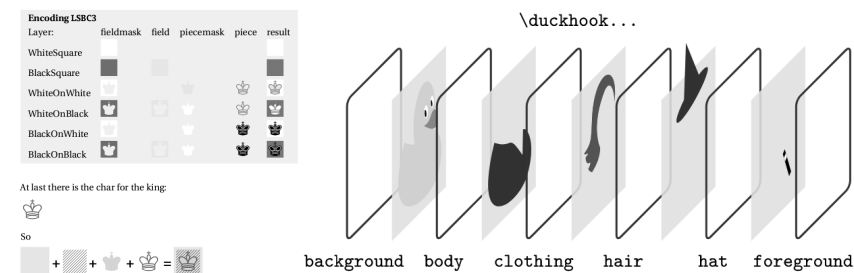


V T_EXovém světě je jeden z nejvýraznějších nápadů v této oblasti v sazbě šachu od Ulrike Fischer. Zde je náhled z balíčků chessboard a xskak. Jedná se o přípravu znaků (šachových figurek a pozadí na šachovnici) vrstvením kreseb (obr. vlevo). Kresby jsou uloženy v písmu, jejich úprava je komplikovanější.

```
$ texdoc chessboard xskak
```

Příchod TikZu technicky s editací pomohl. Lze nahlédnout na nové balíčky bclogo, tikzsymbols, tikzducks (princip znázorněn na obrázku vpravo), tikzlings (tučňák v závěru), tikzmarmots a tikzpeople.

```
$ texdoc bclogo tikzsymbols tikzducks tikzlings tikzmarmots tikzpeople
```



Hans Hagen poukazuje na sazbu emoji v přednášce z roku 2017.

```
$ texdoc bachotex-2017-emoji
```



```
\def\barvaR{\color{red}}
\def\barvaG{\color{green}}
\def\barvaB{\color{blue}}
\def\barva{\color{black}}
$\barvaR x^2\barva+\barvaG y^2\barva=\barvaB z^2$
```

Zajímavý je nápad nezařazovat do textů vlnku, ale nedělitelné jednoznačkové předložky a spojky mít v textu bez ní, viz balíčky `encxvlna` od Petra Olšáka a Zdeňka Wagnera, `xevlna` od Zdeňka Wagnera a `luavlna` od Michala Hofticha a Mira Hrončoka.

```
$ \texdoc encxvlna xevlna luavlna
```

Zkusíme si tuto úvahu aplikovat u obarvení proměnných.

```
$ \texdoc luatex about
```

Zde je jedna víceméně nepraktická ukázka představující možnosti. Spouštíme `lua1latex obarveni.tex`, proměnné nemají značky, přidají se za běhu.

```
\documentclass[a4paper]{article}
\usepackage{luacode}
\usepackage{xcolor}
\def\zpet{\color{black}}
\def\barvax#1{\color{red}#1\zpet}
\def\barvay#1{\color{green}#1\zpet}
\def\barvaz#1{\color{blue}#1\zpet}
\begin{luacode*}
function obarvi (incoming)
incoming=unicode.utf8.gsub(incoming, "%$?%$.-%$?%$", function(s)
  print("Našel jsem matematiku: "..s.."\\n")
  s=unicode.utf8.gsub(s, "x^?2?", "\\barvax{1}")
  s=unicode.utf8.gsub(s, "y^?2?", "\\barvay{1}")
  s=unicode.utf8.gsub(s, "z^?2?", "\\barvaz{1}")
  return s
end) -- úprava incoming
return incoming
end -- function obarvi
luatexbase.add_to_callback("process_input_buffer",obarvi,"obarvi")
\end{luacode*}
\begin{document}
Text před výrazem s $x$, $y$ a $z$.
$$x^2+y^2=z^2 \to x^2=z^2-y^2 \to x=\pm\sqrt{z^2-y^2}$$
Text za výrazem s $x$, $y$ a $z$.
\end{document}
```

Text před výrazem s x , y a z .

$$x^2 + y^2 = z^2 \rightarrow x^2 = z^2 - y^2 \rightarrow x = \pm \sqrt{z^2 - y^2}$$

Text za výrazem s x , y a z .

2. Wilcoxonův dvouvýběrový test

Představíme si nejprve Wilcoxonův¹ dvouvýběrový test (Wilcoxon rank-sum test), ekvivalentně formulovaný také pod názvem Mann-Whitneyův test. Jde o dvouvýběrový test, porovnává tedy dva soubory dat, podobně jako další takové testy, například Studentův t test, Aspinové-Welchův test, Cochran-Coxův test, Kolmogorov-Smirnovův test či Wald-Wolfowitzův test.

Uvažujme dva nezávislé výběry $X_1, \dots, X_m$ a $Y_1, \dots, Y_n$ ze dvou spojitých rozdělení. Wilcoxonův dvouvýběrový test nám umožňuje rozhodnout o shodnosti distribuční funkce těchto dvou rozdělení. Popíšeme si postup, viz třeba [1, 2, 9]. Přiřadíme nejprve všem hodnotám $X_1, \dots, X_m, Y_1, \dots, Y_n$ pořadí nebo v případě stejných hodnot průměr pořadí. Dále označíme T_1 = součet pořadí X_k a T_2 = součet pořadí Y_k a vypočítáme výslednou statistiku

$$U = \min(U_1, U_2),$$

$$\text{kde } U_1 = mn + \frac{1}{2}m(m+1) - T_1 \quad \text{a} \quad U_2 = mn + \frac{1}{2}n(n+1) - T_2.$$

Nulovou hypotézu o rovnosti rozdělení X_k a Y_k zamítneme (s rizikem chyby prvního druhu α), právě když bude statistika U menší nebo rovna kritické hodnotě $W(\alpha)$, kterou zjistíme v příslušných tabulkách (např. v [1] na str. 335).

Pro větší rozsahy m , n můžeme použít také aproximace

$$Z = \frac{|U_1 - \frac{1}{2}mn|}{\sqrt{\frac{1}{12}mn(m+n+1)}} \approx N(0; 1).$$

Nulovou hypotézu pak zamítneme, právě když $Z \geq u(1 - \frac{\alpha}{2})$, kde u značí kvantil normálního rozdělení $N(0; 1)$.

Podobně jako mnoho neparametrických metod vyžaduje tento test spojitost distribuční funkce. Pokud nemůžeme tuto vlastnost zaručit, lze provést jistou úpravu – tzv. **korekci na spojitost**, viz například [3]. Spočívá v tom, že číselník ve výše uvedeném vzorci zmenšíme o $\frac{1}{2}$, vypočítáme tedy statistiku

$$Z = \frac{|U_1 - \frac{1}{2}mn| - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{12}mn(m+n+1)}}.$$

Program Statistica umí na požádání poskytnout také tuto hodnotu.

¹Frank Wilcoxon (1892–1965), irsko-americký chemik a statistik.

Navíc najdeme ve výsledcích programu také jakousi upravenou hodnotu, při které uplatňujeme tzv. **korekci na shody**, viz opět například [3]. Jestliže se ve zkoumaném souboru dat vyskytují skupiny shodných hodnot, statistiku Z vydělíme konstantou

$$C_Z = \sqrt{1 - \frac{\sum_{k=1}^s (t_k^3 - t_k)}{(m+n)^3 - (m+n)}},$$

kde $t_1, \dots, t_s$ jsou rozsahy skupin stejných hodnot veličin X_k a Y_k . Pro statistiku Z (ať už u ní provádíme korekci na spojitost, nebo ne) počítáme tedy hodnotu upravenou s ohledem na korekci na shody

$$Z_{adj} = \frac{Z}{C_Z}.$$

Přiblížíme si vše na následujícím příkladu.

Příklad 1

Máme porovnat spotřebu (v l/100 km) u dvou typů automobilů Citroen C3 a BMW 7 na základě záznamů dvanácti řidičů:

Citroen C3	6,3	6,5	7,0	6,3	6,4		
BMW 7	6.0	6.1	6.3	6.6	5.7	6.1	5.9

Budeme postupovat podle návodu. Máme $m = 5$ a $n = 7$. Přiřadíme datům z první i druhé skupiny dohromady pořadí:

Citroen C3	6,3	6,5	7,0	6,3	6,4		
Pořadí	7	10	12	7	9		
BMW 7	6,0	6,1	6,3	6,6	5,7	6,1	5,9
Pořadí	3	4,5	7	11	1	4,5	2

A vypočítáme součty pořadí $T_1 = 45$, $T_2 = 33$ a statistiky

$$U_1 = 5 \cdot 7 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 - 33 = 5, \quad U_2 = 5 \cdot 7 + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 - 45 = 30 \text{ a } U = \min(U_1, U_2) = 5.$$

Protože $U = 5$ je menší nebo rovno mezní hodnotě $W(0,05) = 5$ (např. v [1] na str. 335), shodnost rozdělení těchto dvou skupin veličin můžeme zamítnout na hladině $\alpha = 0,05$.

$$\frac{2}{4} \sqrt{\frac{155}{123}} \sqrt{\frac{55}{123}} \left[\begin{matrix} 3666 \\ 123 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} 3666 \\ 123 \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} 3666 \\ 123 \end{matrix} \right\}$$

$$4 < 6 > 5$$

$$7 \geq 6 \leq 5$$

2. Proměnlivá velikost

Proměnlivá velikost znaků v matematice není žádná novinka, ať už se podíváme na $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -TeX nebo rozšíření `mathtools`.

`$ \texdoc amslatex mathtools`

Mou pozornost zaujal měněný úhel sklonu u odmocniny z přednášky Hanse Hageny z roku 2018.

`$ \texdoc bachotex-2018-fonteffects`

$$2 \times \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}}{\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}}}$$

Do popředí se dostává podpora síly linky, byť to vypadá, že typografická revoluce přes formát `cff` firmy Adobe nenastane.

`$ \texdoc bachotex-2017-variablefonts`

Adobe Variable Font Prototype (cff)

extralight 0/0	It looks like this!
light 150/0	It looks like this!
regular 394/0	It looks like this!
semibold 600/0	It looks like this!
bold 824/0	It looks like this!
black high contrast 1000/100	It looks like this!
black medium contrast 1000/50	It looks like this!
black 1000/0	It looks like this!

3. Užití barvy

Za zajímavost uvádím, že první barevná kniha je datována do roku 1633, autor je Hu Zhengyan (胡正言, 1584–1674). Jestli proběhne revoluce v písmech z `ttf/otf` na barevná, viz www.colorfonts.wtf, to se ještě uvidí.

Obarvit si proměnné můžeme poloručně se značkami, $x^2 + y^2 = z^2$, takto:

Zaujal mě balíček mathastext samotný. Zde je, v dnešní době, netradiční ukázka, kdy v matematickém režimu užijeme proporcionální písmo rodiny Latin Modern.

Let (X, Y) be two functions of a variable a . If they obey the differential system $(VI_{v,n})$:

$$\begin{aligned} a \frac{d}{da} X &= vX - (1 - X^2) \frac{2na}{1 - a^2} \frac{aX + Y}{1 + aXY} \\ a \frac{d}{da} Y &= -(v + 1)Y + (1 - Y^2) \frac{2na}{1 - a^2} \frac{X + aY}{1 + aXY} \end{aligned}$$

then the quantity $q = a \frac{aX+Y}{X+aY}$ satisfies as function of $b = a^2$ the

Pro badatele doporučuji nahlédnout na další ukázky na webové stránce <http://jf.burnol.free.fr/showcase.html>. Balíček nám umožňuje užít prakticky libovolné písmo. Zde je jedna vizuální ukázka s ručně psaným písmem Chalkduster pomocí $X_{\mathbb{Q}}\text{IAT}_{\mathbb{P}}X_u$.

```
\usepackage[no-math]{fontspec}
\setmainfont[Mapping=tex-text]{Chalkduster}
\usepackage[defaultmathsizes]{mathastext}
```

The special case $A = C$, $B = D$, gives

$$\begin{vmatrix} Ad(u) & Bd(x) \\ Ad(v) & Bd(y) \end{vmatrix}_{2n \times 2n} = \det(A)^2 \det((u_i y_j - v_i x_j)(A^{-1}B)_{ij})_{1 \leq i, j \leq n} \quad (6)$$

Let $W(k)$ be the Vandermonde matrix with rows $(1 \dots 1)$, $(k_1 \dots k_n)$, $(k_1^2 \dots k_n^2)$, ..., and $\Delta(k) = \det W(k)$ its determinant. Let

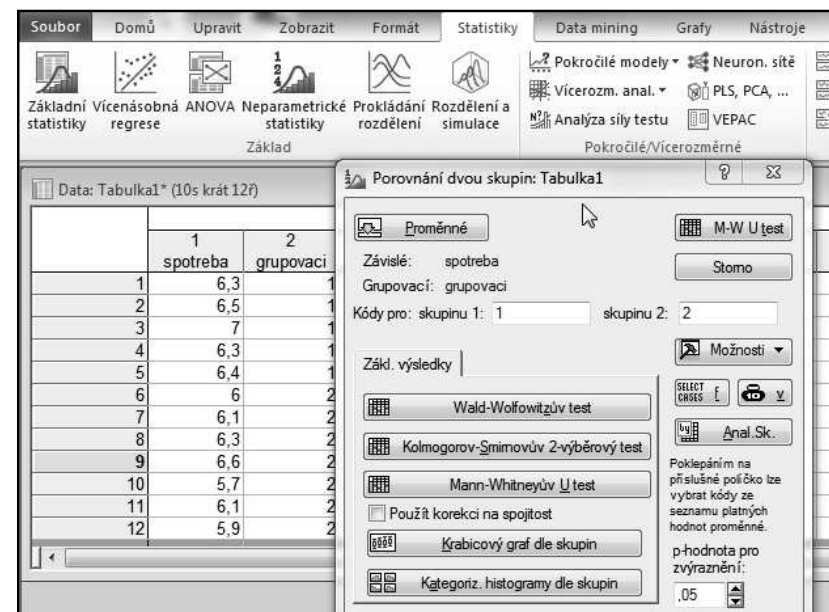
$$K(t) = \prod_{1 \leq m \leq n} (t - k_m) \quad (7)$$

1.4. Ze světa pravolevé sazby matematiky

Hans Hagen zmiňuje tyto, pro nás Evropany extrémní, ukázky sazby matematiky v dokumentu *Fonts out of ConT_EXt*.

```
$ texdoc fonts-mkiv
```

Pro výpočet pomocí programu Statistica upravíme data následujícím způsobem. Zahrneme spotřebu obou typů automobilů do jednoho sloupce a ve vedlejším sloupci provedeme rozlišení třeba pomocí číslic 1 a 2. K Wilcoxonovu dvouvýběrovému testu získáme přístup prostřednictvím záložek *Statistiky*, *Neparametrické statistiky*, *Porovnání dvou nezávislých vzorků (skupiny)* a *Mann-Whitneyův U-test*, vše vidíme na obrázku 1.



Obrázek 1: Zadání Wilcoxonova testu v programu Statistica.

Ve výsledcích programu Statistica vidíme kromě součtů T_1 , T_2 a statistiky U také příslušnou p -hodnotu $p = 0,047980$, viz obrázek 2.

Shodnost spotřeby u obou typů automobilů můžeme tedy zamítnout s rizikem chyby prvního druhu cca 4,8 %.

Program Statistica však obsahuje také aproximaci

$$Z = 5 \cdot \sqrt{\frac{15}{91}} = 2,029994857$$

a příslušnou p -hodnotu $p = 0,042358$.

Proměnná	Sčít. poř. skup. 1	Sčít. poř. skup. 2	U	Z	p-hodn.	Z upravené	p-hodn.	N platn. skup. 1	N platn. skup. 2	2*1str. přesné p
spotřeba	45,00000	33,00000	5,000000	2,029995	0,042358	2,047976	0,040563	5	7	0,047980

Obrázek 2: Výsledky Wilcoxonova testu bez korekce na spojitost.

Pokud navíc uplatníme korekci na shody, obdržíme upravenou statistiku

$$Z_{adj} = 5 \cdot \sqrt{\frac{15}{91}} \cdot \sqrt{\frac{286}{281}} = 2,047975677$$

a příslušnou p -hodnotu $p = 0,040563$.

Pro výpočet C_Z jsme si uvědomili, že v našem příkladu máme dvě skupiny stejných veličin, $t_1 = 2$ (dvě hodnoty 6,1) a $t_2 = 3$ (tři hodnoty 6,3), a proto dostáváme konstantu

$$C_Z = \sqrt{1 - \frac{(2^3 - 2) + (3^3 - 3)}{12^3 - 12}} = \sqrt{\frac{281}{286}}.$$

Na obrázku 1 vidíme také políčko, jehož zaškrtnutím lze zadat pro Wilcoxonův (Mann-Whitneyův) test volbu provedení korekce na spojitost.

Pak dostaneme trochu jiné aproximované statistiky

$$Z = 24 \cdot \sqrt{\frac{3}{455}} = 1,948795063$$

s příslušnou p -hodnotou $p = 0,051321$. Uplatníme-li navíc korekci na shody, obdržíme upravenou statistiku

$$Z_{adj} = 24 \cdot \sqrt{\frac{3}{455}} \cdot \sqrt{\frac{286}{281}} = 1,96605665$$

s příslušnou p -hodnotou $p = 0,049293$, viz obrázek 3.

Poznamenejme, že pro malé rozsahy výběrů nejsou poslední čtyři statistiky vhodné, pro tento příklad jsme je uvedli pouze na ukázkou toho, jaké výpočty provádí program Statistica.

```

}}{Neo Euler}
\setmathfont[range=up/{greek,Greek}, script-features={},
  sscript-features={}]{Neo Euler}
\setmathfont[range=up/{latin,latin,num}, script-features={},
  sscript-features={}]{Neo Euler}

```

Nabízí se ještě jedno užití, a to vybrat blok s okrasnými či atypickými znaky. Zde je ukáзка u vzpřímeného znaku integrálu.

```

\setmainfont{XITS}
\setmathfont{XITS Math}
\setmathfont[range={"222B-"2233,"2A0B-"2A1C}, StylisticSet=8]{XITS Math}

```

Theorem 1 (Residue theorem). *Let f be analytic in the region G except for the isolated singularities $a_1, a_2, \dots, a_m$. If γ is a closed rectifiable curve in G which does not pass through any of the points a_k and if $\gamma \approx 0$ in G , then*

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f(x^{\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{N \times 10}}) = \sum_{k=1}^m n(\gamma; a_k) \operatorname{Res}(f; a_k).$$

Theorem 2 (Maximum modulus). *Let G be a bounded open set in $\mathbb{C}$ and suppose that f is a continuous function on G^- which is analytic in G . Then*

$$\max\{|f(z)| : z \in G^-\} = \max\{|f(z)| : z \in \partial G\}.$$

First some large operators both in text: $\iiint_Q f(x, y, z) dx dy dz$ and $\prod_{\gamma \in \Gamma_c} \partial(\tilde{X}_\gamma)$; and also on display

$$\iiint_Q f(w, x, y, z) dw dx dy dz \leq \oint_{\partial Q} f' \left(\max \left\{ \frac{\|w\|}{|w^2 + x^2|}; \frac{\|z\|}{|y^2 + z^2|}; \frac{\|w \oplus z\|}{|x \oplus y|} \right\} \right).$$

1.3. Rozšíření IBM Plex v roce 2021

Písmo, od počátku počítačů, se stalo nástrojem bojů velkých IT firem. IBM představilo rodinu písem Plex a 21. 4. 2020 oznámil Mike Abbink rozšíření matematiky někdy v roce 2021. Již nyní se však dá otestovat vzorky písem uvnitř matematiky za pomoci balíčků plex a mathastext. Druhý balíček umožňuje v matematickém režimu přebrat znaky z běžného písma.

Upravená preambule by vypadala takto:

```

\usepackage{unicode-math}
\usepackage{mathastext}
\usepackage{plex-serif}

```

usv	L	X	S	P	D	F	Macro
u+003a1	α	α	α	α	α	α	\mupalpha
u+003a2	β	β	β	β	β	β	\mupbeta
u+003a3	γ	γ	γ	γ	γ	γ	\mupgamma
u+003a4	δ	δ	δ	δ	δ	δ	\mupdelta
u+003a5	ε	ε	ε	ε	ε	ε	\mupvarepsilon
u+003a6	ζ	ζ	ζ	ζ	ζ	ζ	\mupzeta
u+003a7	η	η	η	η	η	η	\mupeta
u+003a8	θ	θ	θ	θ	θ	θ	\muptheta

1.1. Nové přírůstky: úplná sada

Rodiny písem Latin Modern a TeX Gyre se stávají standardy. V linuxovém světě mají svou oblibu projekty DejaVu a Libertinus (Libertine+Biolinum), které mají svá matematická písmena. Vedle již běžných emoji se objevují ligatury pro programátory, viz FiraCode.

Mezi nové přírůstky na ctan.org u matematických písem počítáme od roku 2018 STIX Two (nástupce písma STIX a pokračování matematického písma XITS), GFS Neohellenic (založeno na písmu New Hellenic) a Fira Math (založeno na písmu Fira Go) a od roku 2019 písma Garamond Math (založeno na písmu EB Garamond) a Erewhon Math (založeno na rodinách písem Utopia, Heuristica a Erewhon).

1.2. Nové přírůstky: neúplná sada

To ale není vše, co balíček `unicode-math` umí. Některá písmena, např. Berenis ADF Pro či Neo Euler, nejsou dokončená, nemají celé řazy či mají závady. Můžeme užít `range` a vybrat si jen bloky z písma.

Zde je ořezaná ukázka preambule dokumentu, jak by se to dalo vyřešit.

```
\unimathsetup{math-style=upright}
\setmainfont{CMU Concrete}
\defaultfontfeatures{Scale=MatchLowercase}
\setmathfont{Libertinus Math}
\setmathfont[range={"0000-"0001,"0020-"007E,
"00A0,"00A7-"00A8,"00AC,"00AF,"00B1,"00B4-"00B5,"00B7,
% řada dalších
"1D6DF,"1D6E1,"1D7CE-"1D7D7
```

Sčít. poř. skup. 1	Sčít. poř. skup. 2	U	Z	p-hodn.	Z upravené	p-hodn.	N platn. skup. 1	N platn. skup. 2	2*1str. přesné p
45.00000	33.00000	5.000000	1.948795	0.051321	1.966057	0.049293	5	7	0.047980

Obrázek 3: Výsledky Wilcoxonova testu s korekcí na spojitost.

3. Spearmanův korelační koeficient

Pro vyjádření závislosti či nezávislosti veličin počítáme zpravidla korelační koeficienty. Kromě Pearsonova nebo Kendallova koeficientu užíváme neparametrickou metodu založenou na tzv. Spearmanovu² korelačním koeficientu.

Uvažujme náhodný výběr $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ ze spojitého dvourozměrného rozdělení. Chceme testovat, že náhodné veličiny X_k a Y_k jsou nezávislé. Nejprve přiřadíme hodnotám $X_1, \dots, X_n$ pořadí $Q_1, \dots, Q_n$ a hodnotám $Y_1, \dots, Y_n$ pořadí $R_1, \dots, R_n$. Spearmanův korelační koeficient počítáme zpravidla podle vzorce

$$r_S = 1 - \frac{6}{n(n^2 - 1)} \cdot \sum_{k=1}^n n(R_k - Q_k)^2,$$

viz například [1, 2, 9].

Nulovou hypotézu o nezávislosti X_k a Y_k zamítneme (na hladině α), právě když $|r_S|$ překročí příslušnou kritickou mez $r_S(\alpha)$, kterou najdeme v tabulkách (např. v [1] na str. 330).

Programu Statistica ale užívá jiný vzorec pro tento koeficient. Při tomto postupu vlastně uplatníme běžný Pearsonův korelační koeficient na pořadí $Q_1, \dots, Q_n$ a $R_1, \dots, R_n$, tedy

$$r_{S,adj} = r_{Q,R} = \frac{S_{Q,R}}{\sqrt{S_Q^2 \cdot S_R^2}},$$

viz například [3]. Pokud v souborech nejsou shodné hodnoty, oba postupy dávají stejný výsledek.

Ukážeme si opět na následujícím příkladu.

²Charles Spearman (1863–1945), anglický psycholog a statistik.

Příklad 2

Máme k dispozici údaje o průměrném znečištění ovzduší oxidy síry (v $\mu\text{g}/\text{m}^3$) v sedmi oblastech a o výskytu dětské alergie (v %) v těchto regionech:

Znečištění	320	240	130	360	210	200	150
Alergie	45	30	25	40	25	20	25

Souvisejí spolu tyto dvě veličiny?

Počet měření je $n = 7$. Přiřadíme každé skupině dat příslušná pořadí:

Znečištění	320	240	130	360	210	200	150
Pořadí	6	5	1	7	4	3	2
Alergie	45	30	25	40	25	20	25
Pořadí	7	5	3	6	3	1	3

Odtud vypočítáme Spearmanův korelační koeficient (podle uvedeného vzorce)

$$r_S = 1 - \frac{6}{7 \cdot 48} \cdot (1^2 + 0^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2 + 1^2) = \frac{11}{14} = 0,7857.$$

Protože absolutní hodnota r_S překročí kritickou hodnotu $r_S(0,05) = 0,7450$ (viz [1], str. 330), nezávislost veličin zamítáme. Můžeme tedy prohlásit, že (s rizikem chyby prvního druhu 5 %) uvedené veličiny spolu souvisejí.

Program Statistica provádí alternativní výpočet Spearmanova korelačního koeficientu

$$S_Q^2 = \frac{14}{3}, \quad S_R^2 = \frac{13}{3}, \quad S_{Q,R} = \frac{7}{2} \quad \text{a} \quad r_{S,adj} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{7}{26}} = 0,7783117825.$$

Přístup k tomuto korelačnímu koeficientu provádíme opět pomocí záložek *Statistiky*, *Neparametrické statistiky*, *Korelace (Spearmanův...)* a *Spearmanův koef. R*. Zadání i výsledek vidíme na obrázku 4.

POSTŘEHY NEJEN K SAZBĚ MATEMATIKY NOTES NOT ONLY ON TYPESETTING MATH

Pavel Stríž

E-mail: pavel@striz.cz

1. Znaky a písma

Pravděpodobně nejrychlejší cesta v $\text{\TeX}$ Live (používám verzi 2020), jak získat rychlý přehled o dostupných znacích, symbolech a balíčcích, je otevřít si dokument `symbols`. Užíváme k tomu program `texdoc`. Případně užíjte `ctan.org`.

`$ texdoc symbols`

Naopak přehled symbolů v Unicode lze vyčíst z balíčku `xecjk`.

`$ texdoc xunicode-symbols`

Takto by vypadala ukázka vysázení přes balíček `halloweenmath`.

`$ texdoc halloweenmath`

$$\begin{aligned} \bigotimes_{i=1}^n H_i &= H_1 \otimes \cdots \otimes H_n \\ \bigoplus_{i=1}^n H_i &= H_1 \oplus \cdots \oplus H_n \\ \bigodot_{i=1}^n H_i &= H_1 \odot \cdots \odot H_n \end{aligned}$$

$$\text{\texttt{y}} + \text{\texttt{x}} + \text{\texttt{z}} = 0$$

Nyní již vážněji. Za pozornost kolem písem s matematickými symboly stojí tyto odkazy. Z roku 2006 http://mirrors.concertpass.com/tex-archive/info/Free_Math_Font_Survey/en/survey.pdf a novější komunitní odpověď na <https://tex.stackexchange.com/questions/425098>.

Rada $\text{\TeX}$ istů se již přímo či nepřímo setkala s balíčkem `fontspec`, za pozornost však stojí experimentální balíček `unicode-math`. Hlavní cíl je, aby se znaky daly zapisovat přímo, nikoliv přes $\text{\TeX}$ ové příkazy, tedy místo `\alpha` zapisovat přímo `\alpha`.

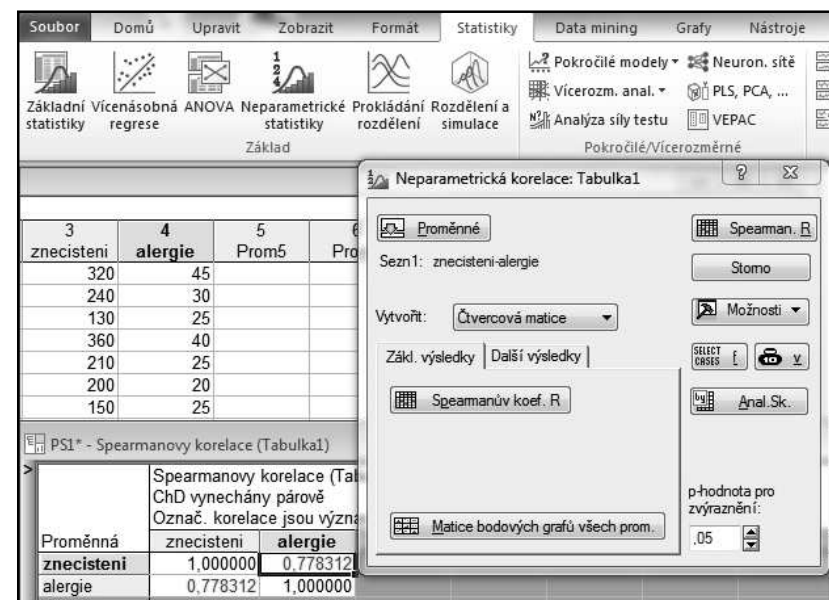
`$ texdoc fontspec unicode-math`

Zde je ukázka srovnání šesti písem: Latin Modern Math (L), XITS Math (X), STIX Math Two (S), $\text{\TeX}$ Gyre Pagella Math (P), DejaVu Math $\text{\TeX}$ Gyre (D) a Fira Math (F).

`$ texdoc unimath-symbols`

A doplněk přípravy učitelů: National Council of teachers of mathematics www.khanacademy.org/math/statistics-probability/. V české verzi – detaily ani rozsah neznám: <https://khanovaskola.cz/>.

- Podľa mňa stačí, keď sa na SŠ študent naučí popisnú štatistiku, čiže dáta popisat základnými štatistikami a grafmi v rozsahu čo obsahuje Excel a aj to ovládať urobiť v Exceli a nie ručne. Ďalej by ich mali naučiť používať údaje, ktoré sú na stránkach ŠU a Eurostatu a dať im urobiť nejaký zmysluplný projekt z týchto údajov s interpretáciami, čiže učiť ich niečo praktické a zaujímavé... Tiež sa musí naučiť základy pravdepodobnosti a rozumieť na čo to je. Hlavne by im učiteľia mali vysvetliť, že dnes je doba big data a z tých údajov sa dajú získať cenné informácie pre rozhodovanie rôznymi matematicko-štatistickými metódami a metódami AI... Ľudia, ktorí to vedia robiť, sú žiadani a ich hodnota bude stále rásť, preto sa treba učiť aj matematiku aj štatistiku a ísť toto ďalej študovať (data science)...
- 1. Měl by umět nějak vizualizovat data a číst z různých grafů (= interpretovat je).
2. Měl by chápat pojem pravděpodobnosti a nejistoty.
3. Měl by chápat, co je predikce a měl by mít vyzkoušeno, jak se pozná, jestli je predikce dobrá.
4. Měl by intuitivně chápat overfitting.
5. Neměl by umět taxonomii variace, kombinace, permutace, s opakováním a bez. Je to matoucí a zbytečné.
- Měl by umět vyjadřovat skutečnosti pomocí statistických nástrojů a pojmů, rozumět významu grafů, charakteristik, nezávislosti a zejména rozmýšlet o smyslu zákona velkých čísel, limitních vět a vůbec o náhodnosti...
- Statistika: popisná statistika, interpretace popisných statistik a vizualizací, maturanti by měli znát základní způsoby manipulace s grafy (změna měřítka, ořezání osy, 3D grafy, ...).
- S úsměvem píší, že by mi měl předložit zprávu z exkurze za každou velkou oblast lidského bádání: lékařství / medicína, strojařina, typografie, počítačová grafika / animace / film, letecký či kosmický průmysl, topografie / tvorba map. Něco takového mimo rámec středoškolských osnov. Něco v duchu seriálu „Jak se co vyrábí“, ale ošahané naživo.



Obrázek 4: Zadání a výsledek pro Spearmanův korelační koeficient.

Závěrem

Je známo, že zotročování je možné provádět velmi účinně nejen za pomoci nejrozličnějších prvků násilí, byrokracie, cenzury, ale také prostřednictvím rozsáhlé a masivní nabídky. Počítačové programy přinášejí často nepřeberné množství výsledků, které se někdy mohou lišit od výsledků uvedených v některých učebnicích nebo se v nich vůbec nevyskytují. Taková situace vzbuzuje u studentů a jiných uživatelů jisté rozpaky. Máme sice mnoho čísel či grafů, ale nevíme co znamenají. Výhoda snadných výpočtů je zkalena nesrozumitelností výsledků.

V orientaci nepomáhá většinou ani dokumentace programů. Mnohé informace a první nasměrování lze často vyhledat na internetu. Nalezené postupy je pak nutné ověřit a vyzkoušet v příslušných programech. Následně uživatel zjistí, že ve svém úsilí nebyl sám a nebyl první, kdo se pokoušel podobné nesrovnalosti řešit. Potřebné vzorce většinou nakonec dohledá v literatuře nebo se o nich dozví od kolegů.

Dvojí způsob výpočtu Spearmanova korelačního koeficientu je popsán v mnoha (byť ne ve všech) učebnicích, např. [3], str. 257, [4], str. 778, [5], str. 34, [7], str. 134, [10], str. 92 a [11], str. 153.

Naopak zmínky o korekcích u Wilcoxonova testu se vyskytují poměrně zřídka, např. [5], str. 25, [7], str. 134, [10], str. 150 a [11], str. 102.

Porozumění tomu, co vlastně počítačové programy počítají a poskytují, přináší jisté osvobození z otroctví nabídky a tyto nástroje se pak stanou dobrým pomocníkem.

Literatura

- [1] Anděl, J. (1985): *Matematická statistika*. SNTL Praha, Alfa Bratislava, 1985. cit. 3, 4, 7 a 8
- [2] Anděl, J. (2007): *Statistické metody*. Matfyzpress Praha, 2007. cit. 3, 7
- [3] Anděl, J. (2007): *Základy matematické statistiky*. Matfyzpress Praha, 2007. cit. 3, 4, 7 a 10
- [4] Meloun, M., Militký, J. (2004): *Statistická analýza experimentálních dat*. Academia Praha, 2007. cit. 10
- [5] Mošna, F. (2017): *Základní statistické metody*. PedF UK Praha, 2017. cit. 10
- [6] Mošna, F., Lubanda, D. M. (2015): Webové stránky pro testování hypotéz. *Matematika-Fyzika-Informatika* **24**(5), 371–377. cit. 2
- [7] Pecáková, J. (2011): *Statistika v terénních průzkumech*. Professional Publishing Praha, 2011. cit. 10
- [8] Pinc, Z. (1999): *Fragmenty k filosofii výchovy*. Oikoymenh Praha, 1999. cit. 2
- [9] Reif, J. (2000): *Metody matematické statistiky*. Západočeská univerzita Plzeň, 2000. cit. 3, 7
- [10] Řezanková, H. (2010): *Analýza dat z dotazníkových šetření*. Professional Publishing Praha, 2010. cit. 10
- [11] Zvára, K. (2004): *Biostatistika*. Matfyzpress Praha, 2004. cit. 10

zásluha. Snažil bych se co nejvíc šířit povědomí o programování v duchu „Udělej si své dítě“, určitě Linux, open software, open hardware, open data a tato cesta něco změřit, něco si ochytat. Už neučím, ale chodil bych co nejvíc ven z budovy: na exkurze, na výlety, klidně s nimi řešil chod přírody někde na zahradě u grilu u zlatého řezu...

4. Co by, podle Vás, měl maturant vědět z oblasti pravděpodobnosti a statistiky? Jakým konceptům by měl rozumět a jaké techniky by měl umět aktivně použít?

- Popisná statistika – čítanie grafov, kvantitatívne charakteristiky a najmä základné kompetencie v oblasti matematiky (nesmú sa obzerať, keď poviem: „Píšte do čitateľa.“ a poznať grécku abecedu do tej miery, že psí nie je nadávka).
- Neměl by již ze střední školy mít ke statistice a matematice odpor. To by podle mého názoru bylo zcela dostačující.
- Podle mé zkušenosti začne statistika studenty zajímat až ve chvíli, kdy ji potřebují. Když řeší vlastní problém a mají vlastní data, potom uvažují co s nimi. U nás projdou dvěma kurzy statistiky a přesto někteří nedovedou použít v diplomové práci jednoduché poznatky, ze kterých měli zkoušku a přijdou se poradit. Zdůrazňuji, že někteří. Ohledně střední školy nebo nižších stupňů: Některé státy dbají na znalost metod popisu světa a mají vypracovaný systém statistických pojmů, které se mají děti postupně učit. V našich podmínkách by se měl nejdříve inventarizovat celý obsah výuky a požadovaných znalostí na základních a středních školách a sjednotit je, vytvořit povinné minimum. Potom sestavit další priority a navrhnout, do kterých ročníků je zařadit. Do současného systému bych základy statistiky (popisné statistiky a grafy, případně odhady „od oka“) dala jen volitelně. Možná pro časovou řadu bych preferovala pojem srovnatelnosti dat, kdy je graf časové řady užitečný. Prognóza je hodně složitý problém, který ani statistika neumí přesně řešit. Některí studenti znají základy statistiky a počtu pravděpodobnosti z gymnázia a určitě to při další výuce pomáhá.

Odkazy například: core standards

<http://www.corestandards.org/Math/Content/7/RP/A/2/d/> a
<http://www.corestandards.org/read-the-standards/>

- Motulsky, Christopoulos: Fitting Models to Biological Data Using Linear and Nonlinear Regression (on-line).
- www.datacamp.com Možnost umožnit studentům přístup k online kurzům zdarma.
- Hltám The Coding Train na YouTube. Inspirovalo to ke studiu JavaScriptu a i k ponoření se do zajímavých příkladů. Shiffman mě dostal převodem z C++ do JavaScriptu u simulace toku kapalin. Hned si člověk musel vyzkoušet Open Broadcaster Software alias OBS, který užívá při streamování. Tyto dny koukám na TV, na twitch.tv. Jak a v čem lidé programují (Mathematica, Python, Ruby ap.), hackují (CTF, TryHackMe), jak si tvoří nádstavby přímo pro Twitch, např. vykřičník a termín v chatu vykoná to či ono: pustí písničku na přání, zobrazí skóre u šachových turnajů, seznam parametrů jako u `--help` v Linuxu ad.

3. Jak popularizovat statistiku na středních školách a pro širší veřejnost?

- Jezdit přímo na školy s odbornými přednáškami.
- Nabídnout středoškolským učitelům popularizační semináře statistiky, které středoškolákům ukáží praktické využití statistiky.
- Nenásilně. Snažíme se, v prostorách fakulty mám tabule s řešenými ukázkami příkladů: Bayes, simulační úloha – bootstrap odhad mezí spolehlivosti, testy apod.
- ... mám informaci, že v Polsku organizují olympiádu zo štatistiky pre študentov stredných škôl. Organizuje to Polská štatistická spoločnosť.
- Nejlepší je fakt asi ty školy objíždět s popularizačními přednáškami.
- Asi je třeba přesvědčit žáky i veřejnost o užitečnosti statistiky. Možná by mohli novináři a vůbec všichni, co něco publikují, více používat statistické nástroje a ukázat, že tabulka nebo graf vypoví často daleko více, přesněji a efektivněji o situaci či problému než spousta slov. Statistiku lze užívat ve škole v mnoha předmětech nejen v matematice.
- Přes školu hrou jako za Komenského. Ať už šachy či go (rozhodování při úplných informacích) nebo poker či bridž (rozhodování při neúplných informacích). Bridž učí v Karviné a naši nejlepší hráči jsou jejich

INSPIRACE STATISTICKÝCH KANTORŮ INSPIRATIONS FROM TEACHERS OF STATISTICS

Ondřej Vencálek

E-mail: ondrej.vencalek@upol.cz

V rámci konference STAKAN 2019 proběhla mezi účastníky anketa, ve které se organizátoři ptali na čtyři otázky týkající se výuky statistiky na vysokých a středních školách. Ankety se zúčastnilo devět odvážných STATistických KANTorů. Věříme, že v jejich odpovědích na první dvě otázky čtenáři Informačního bulletinu naleznou inspirativní zdroje nejen pro přípravu přednášek, ale také pro další sebevzdělávání. Druhé dvě otázky zase vyzývají k úvahám o popularizaci statistiky a o obsahu kurzů statistiky na středních školách.

1. Kniha, která Vás ovlivnila při přípravě kurzu týkajícího se statistiky

- Anderson: *Statistics for Economics* zrozumitelně, systematicky členená.
- Andy Field: *Discovering Statistics using SPSS*. Perfektní kniha, která zdaleka není jen manuálem na SPSS, naopak jde po věcné podstatě. Je to skvělá učebnice statistiky, navíc užitečně členěná podle stupňů obtížnosti. Vřele doporučuji statistikům a hlavně nestatikům.
- Groebner, Shannon, Fry, Smith: *Business Statistics. A Decision Making Approach*. Pearson, Prentice Hall, 7. vydání, 19 kapitol, 1040 stran (aktuální je 10. vydání). Věcně podaná a stručná teorie s předpoklady, jednotná grafika, rozumné barevné rozlišení (výklad, vzorce, příklady apod.). Ukázkový příklad s vysvětleným řešením ke každému typu statistického problému. Příklady k samostatnému procvičení (konceptní i prakticky zaměřené problémy). Na CD i na webu jsou data k příkladům, návody pro Excel a Minitab, program PHStat2, prezentace ke každé kapitole a self-testy ke každé kapitole (na webu byly volně dostupné, nyní už skryté cca od roku 2015, na přístup odkazují z vlastního kurzu).
- Gareth J., Witten D., Hastie T., and Tibshirani R.: *An Introduction to Statistical Learning with Applications in R*. <http://faculty.marshall.usc.edu/gareth-james/>. Výborná učebnice. Statistické modely s aplikacemi, text knihy, data i kódy R jsou na webu. Příklady jsou doplněné

vysvětlením základních statistických principů. Hodí se pro pokročilejší kurzy nebo pro zájemce o rozšíření znalostí.

- James T. McClave, P. George Benson, Terry T. Sincich: *Statistics for Business and Economics*. 864 stran, ISBN 032182623X. Teraz je už 13. vydanie a pred 20 rokmi, kedy som začala učiť na FM UK, to bolo len 2. vydanie. Ku knihe boli dostupné aj PPT prezentácie a ja som si vtedy podľa tejto knihy urobila moje prezentácie v slovenčine a používam ich dodnes ako základ kurzu štatistiky na FM UK pre 2. ročník Bc. V knihe je teória štatistiky vysvetlená veľmi jednoducho a zrozumiteľne na príkladoch z ekonómie a manažmentu.
- David MacKay: *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms*.
- Chris Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning*.
- Helmut Swoboda: *Moderní statistika* vhodné pro pro SŠ.
- Robová, Hála, Calda: *Matematika pro SŠ – Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika*. Pěkná učebnice pro SŠ.
- Jiří Reif: *Metody matematické statistiky*.
- Charamza, Hanousek: *Moderní metody zpracování dat*.
- Učebnice J. Anděla, J. Štěpána, J. Machka...
- Lepš, Šmilauer: *Biostatistika*. www.martinus.sk/?uItem=248730 a ich prednášky a príklady.
- Motulsky: *Intuitive Biostatistics: A Nonmathematical Guide to Statistical Thinking*. www.bookdepository.com/Intuitive-Biostatistics-Harvey-Motulsky/9780199946648.
- Roberts Russo: *A student's guide to analysis of variance* <https://www.amazon.com/Students-Guide-Analysis-Variance/dp/0415165652>.
- Pekár, Brabec: *Moderní analýza biologických dat I a II*.
- J. Rosenthal: *Zasažen bleskem*.
- H. Rosling: *Faktomluva*.
- Michal Čihák: *Výuka pravděpodobnosti na gymnáziu s využitím počítačů*. Měl jsem tu čest připravovat knižní vydání z obhájené disertační práce (školitel prof. Antoch). Bylo to inspirativní z pohledu volby příkladů z oblasti pravděpodobnosti, ale i sazby v $\text{\TeX}$ u. Byla to, myslím,

nejsem si jistý na sto procent, první kniha, u které jsem zahlédl možnost po kliknutí otevření zdrojového kódu v dalším programu a jeho spuštění. Měl jsem tu čest se s autorem knihy setkat osobně.

2. Video na youtube či jinde, online výukové materiály, případně online kurz – prostě to, co používáte při výuce, či Vás inspirovalo při přípravě výuky

- Khan Academy Basics of Statistics.
- <https://www.youtube.com/watch?v=GczkFbi4ezM> Skvělá přednáška prof. Cyrila Höschla. Není statistikem, ale o statistice mluví krásně.
- Skripta *Matematická biologie* dostupné zde: <http://www.matematicka-biologie.cz/index.php?pg=pro-studenty--vyukove-materialy>
- Odkazy na užitečné informace k IBM SPSS Statistics, <https://www.lib.sfu.ca/find/research-tools/spss-resources>
- Jeden z užitečných návodů k R: *R user Anthony Damico has created "Twotutorials": a series of two-minute tutorials for newcomers to R*. www.youtube.com/playlist?list=PLcgz5kNZFCkzSyBG3H-rUaPHoBXgijHfC
- Juraj Hromkovič – škola budúcnosti: <https://www.youtube.com/watch?v=AMZnKy1TQv4>
- YouTube: Professor Leonard Statistics Lecture.
- YouTube: How to Find the Sample Size Statistics.
- Andrew Ng: Machine Learning, <https://www.coursera.org/>.
- Idan Segev: Synapses, Neurons and Brains, www.coursera.org/.
- David MacKay lectures, <http://videlectures.net/>.
- <https://www.wessa.net/test.wasp>
- <https://www.mathportal.org/calculators/statistics-calculator/>
- <https://www.graphpad.com/quickcalcs/>
- <https://www.socscistatistics.com/tests/>
- <https://www.IntellectusStatistics.com>
- Odkazy na další stránky jsou na <http://statpages.info>.
- <http://statisticsonweb.tf.czu.cz>